

MODELAGEM MATEMÁTICA E A SITUAÇÃO DO LIXO NA CIDADE DE GUARATINGUETÁ. Fernanda Aparecida Corrêa Silva. Geraldo Pompeu Junior. Matemática – Licenciatura em Matemática – Departamento de Matemática – Faculdade de Engenharia – Campus de Guaratinguetá.

No processo educacional da Matemática, assim como nas demais disciplinas dos Ensinos Fundamental e Médio, há sempre dificuldades a serem superadas no que se diz respeito a envolver o estudante com o tema estudado e a apresentar a este a relação entre a ciência e a realidade. Neste presente trabalho, a Modelagem Matemática foi por nós estudada como uma possível estratégia para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental e Médio. Para tal, partimos da Problemática do Lixo e a abordamos na perspectiva da realidade da cidade de Guaratinguetá.

O tecnicismo e a abstração observados em nosso sistema educacional recebeu grande enfoque no prefácio de Ubiratan D'Ambrosio ao livro de Rodney Bassanezi (2002): “Os sistemas educacionais têm sido dominado nos últimos duzentos anos pelo que se poderia chamar de uma fascinação pelo teórico e abstrato. Teorias e técnicas são muitas vezes apresentadas e desenvolvidas sem um relacionamento com fatos reais e, mesmo quando são ilustradas com exemplos apresentam-se de maneira artificial. [...] Entende-se a razão disso. A realidade é muito complexa. Para que se possa lidar com problemas reais é necessário que o observador tenha grande flexibilidade e conhecimentos variados. Trabalhar com a realidade intimida e inibi a abordagem no ensino”.

A Modelagem Matemática busca transformar problemas reais em problemas matemáticos, resolvendo-os de forma matemática e re-interpretando suas soluções para a linguagem do mundo real. Pode-se utilizá-la como um auxílio para o tratamento da realidade em sala de aula.

A produção de lixo nas cidades é um fenômeno inevitável que ocorre diariamente em quantidades e composições que dependem do tamanho da população e do seu desenvolvimento econômico. Entretanto, o acúmulo do lixo não pode ser por nós encarado como sendo natural ou apenas um indicador de progresso. Há a necessidade de se buscar soluções aplicáveis o mais rápido possível, visto que os aterros, na maioria das vezes, simplesmente transferem essa crise ambiental para o futuro e não buscam solucionar os grandes problemas que causam de poluição e contaminação do meio ambiente.

É importante pensar no problema de maneira geral e agir localmente. Quando cada cidadão for capaz de compreender a terrível atuação que exerce no meio ambiente e mudar, as verdadeiras soluções estarão prestes a se consolidarem. Criando nas camadas jovens da população essa consciência, a solução caminhará mais rápida. “... É preciso incentivar o crescimento da compreensão de nosso incomparável desperdício...”, por Noel Grove (1994), citado por CEMPRE/ IPT (1995).

A parte inicial do trabalho de pesquisa aqui apresentado foi a de abordar as principais características da Modelagem Matemática, a questão do Lixo e de sua Reciclagem. Para analisar o crescimento da população e da produção de lixo da cidade de Guaratinguetá houve a coleta de dados junto aos órgãos públicos da Secretaria de Serviços Urbanos de Guaratinguetá, e do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, IBGE.

As primeiras informações que obtivemos foram as referentes ao lixão de Guaratinguetá, através da Secretaria de Serviços Urbanos, órgão que até então era responsável pela coleta e disposição final do lixo municipal. O dado mais pertinente para nosso trabalho foi que, em 2005, a quantidade de lixo doméstico recolhido por mês e por dia na cidade foi de 1500 e 60 toneladas respectivamente. Na página do IBGE na internet foi localizada uma série de tabelas que continham informações referentes aos censos e às estimativas populacionais da cidade de Guaratinguetá datadas desde 1940. Após a análise destes documentos agrupados em várias planilhas eletrônicas, foi possível reunir informações e construir uma tabela populacional e, conseqüentemente o gráfico populacional correspondente.

Desenvolvemos primeiramente um Modelo Exponencial e um Exponencial Assintótico para descrevermos o crescimento populacional da cidade de Guaratinguetá. O ambiente utilizado para o desenvolvimento destes modelos matemáticos foi o MS-Excel, porém, essa atividade também pode ser executada em sala de aula empregando-se apenas lápis, papel milimetrado e calculadora.

Para determinar o Modelo Exponencial, partimos da hipótese de que: “A variação da população é proporcional à própria população em cada instante”. Esta informação pode ser traduzida matematicamente utilizando conhecimentos abordados nos Ensinos Médio e Superior, que são respectivamente

$$\Delta P = P_t - P_{t-1} \text{ e } \frac{dP}{dt} = k \cdot P, \text{ sendo } P \text{ a população e } k \text{ a constante de proporcionalidade.}$$

Utilizamos-nos da interpretação trabalhada no Ensino Superior quando de nossos estudos a respeito das Equações Diferenciais Ordinárias Separáveis. Aplicando conceitos relacionados à solução deste tipo de equação, chega-se a uma função em P , dependente do tempo. O Modelo Exponencial é dado pela seguinte função: $P(t) = P_0 \cdot e^{k \cdot t}$.

O Modelo Exponencial Assintótico é definido como sendo: $P(t) = P^* - a \cdot e^{-b \cdot t}$, onde P^* representará a população máxima (ponto de estabilização da População) e a e b , coeficientes a se determinar.

Depois da análise feita nos arquivos do IBGE, construiu-se a seguinte tabela referente à população e ao ano de ocorrência da mesma, bem como seu gráfico correspondente.

Ano	Tempo	População	Ano	Tempo	População
1940	0	29 345	1980	40	84 879
1950	10	37 404	1985	45	93 479
1960	20	52 577	1994	54	96 164
1967	27	60 140	1999	59	103 433
1968	28	62 077	2000	60	104 219
1970	30	69 188	2004	64	110 323
1975	35	79 986			

Tabela 1 - Ano, Tempo e População da cidade de Guaratinguetá / SP.

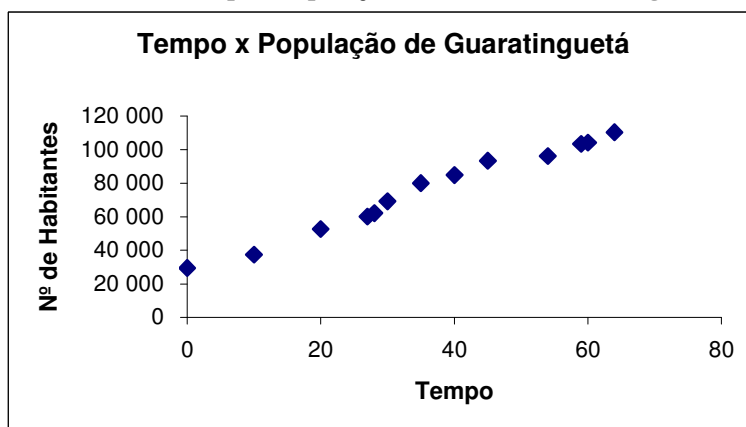


Gráfico 1 - Tempo x População de Guaratinguetá

As funções encontradas que determinam, respectivamente, os Modelos Exponencial e Exponencial Assintótico foram: $P(t) = 28882,755 \cdot e^{0,0284 \cdot t}$, e $P(t) = 138797 - 132322,8 \cdot e^{-0,0227 \cdot t}$.

Utilizou-se também o Modelo Logístico, pois este faz o estudo populacional sem a necessidade de divisão dos períodos analisados. Ele é determinado pela seguinte equação: $P(t) = \frac{P^*}{1 + \alpha \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$, onde

$$\alpha = \frac{P^* - P_0}{P_0}. \text{ O Modelo Logístico obtido foi: } P(t) = \frac{138797}{1 + 3,7277 \cdot e^{-0,0416 \cdot t}}.$$

Para modelar a quantidade de lixo produzida pela população em cada ano pode-se utilizar a quantidade de lixo produzida por ano por habitante. Fez-se isso através da quantidade de lixo coletada em 2005, cerca 1.500 toneladas de lixo por mês, o que em um ano dá aproximadamente 18.000 toneladas, o que nos forneceu um índice o qual consideraremos como constante.

O Modelo Exponencial Assintótico determinou para 2005 aproximadamente 108.539 habitantes. O índice de produção de lixo por habitante por ano, para a cidade de Guaratinguetá, foi o valor de 0,165839 toneladas. Assim, supondo que este índice como constante ao longo do período analisado, o Modelo Exponencial para a quantidade de lixo produzida na cidade de Guaratinguetá por ano, pode ser dado por $L(t) = 0,165839 \cdot (28882,755 \cdot e^{0,0284 \cdot t})$. Analogamente, o Modelo Exponencial Assintótico será dado por $L(t) = 0,165839 \cdot (138797 - 132322,8 \cdot e^{-0,0227 \cdot t})$.

Da mesma forma, o Modelo Logístico estabelece que a população de Guaratinguetá era de 111.080 habitantes em 2005. Com isto, o índice de produção de lixo por habitante por ano tem o valor de 0,162045 toneladas. Assim, o Modelo Logístico para a quantidade de lixo produzida na cidade de

Guaratinguetá por ano, será dado por: $L(t) = 0,162045 \cdot \left(\frac{138\,797}{1 + 3,7277 \cdot e^{-0,0416 \cdot t}} \right)$.

O gráfico a seguir fornece o crescimento da população e do lixo de Guaratinguetá sob os Modelos Exponencial, Exponencial Assintótico, e Logístico:

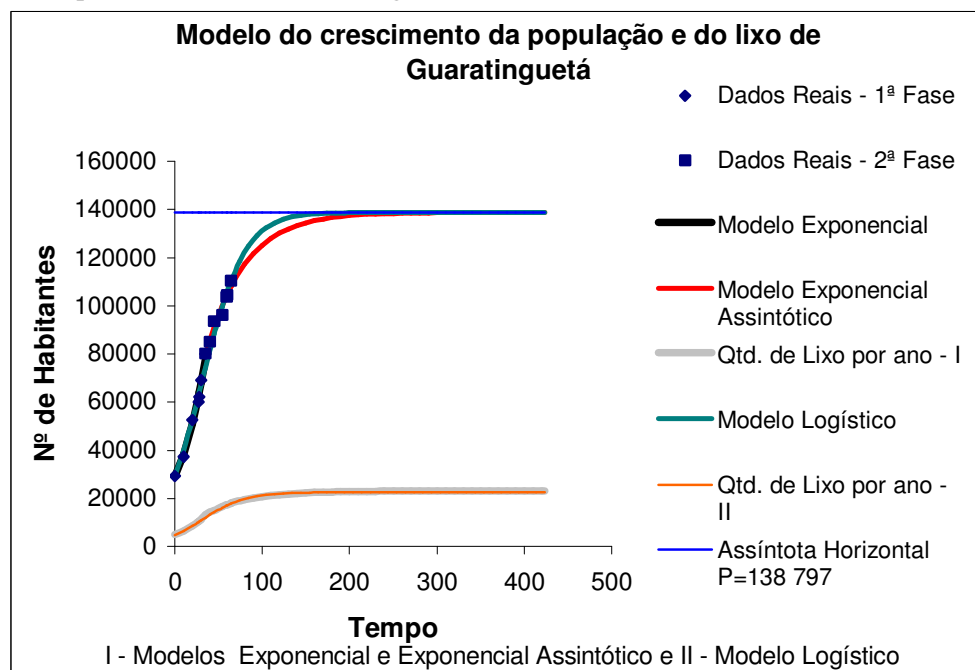


Gráfico 1 - Crescimento Populacional e do Lixo Urbano de Guaratinguetá / SP.

O crescimento do lixo na cidade de Guaratinguetá, bem como em qualquer cidade, é proporcional à população em cada instante, desde que não ocorra nenhum fato inesperado. Desta maneira, sua modelagem é semelhante ao do crescimento da população, sendo somente necessário considerar a esta a taxa de lixo, que nesta análise foi considerada como constante.

Pretendemos estabelecer um modelo que nos forneça a quantidade de lixo produzida por habitante por ano em função do tempo, ou seja, este valor será mutável e não fixo como anteriormente considerado. Para isto, trabalharemos com os dados já disponibilizados pelo SAAEG, Serviço Autônomo de Águas, Esgotos e Resíduos de Guaratinguetá. Pretendemos também continuar a desenvolver a questão do lixo da

cidade de Guaratinguetá, e responder as seguintes questões levantadas: do crescimento da quantidade de lixo armazenada no aterro sanitário localizado em Cachoeira Paulista, onde, a partir deste ano, já é depositado o lixo produzido em Guaratinguetá; verificar a capacidade e a vida útil deste novo aterro; e avaliar o tempo de vida do antigo lixão da cidade de Guaratinguetá.

Referências Bibliográficas:

BASSANEZI, Rodney C. *Ensino e aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto, 2002.

CEMPRE/IPT. *Lixo municipal: manual de gerenciamento integrado*. Coordenação: Silva, Nilza Jardim et al, 1ª Edição. São Paulo: Publicação IPT 2163, 1995.

SILVA, Fernanda Aparecida Corrêa. *Relatório Final da Bolsa PAE : Modelagem matemática e a problemática do lixo*. Orientador POMPEU JR., Geraldo. Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2006.

Bolsa: PAE.